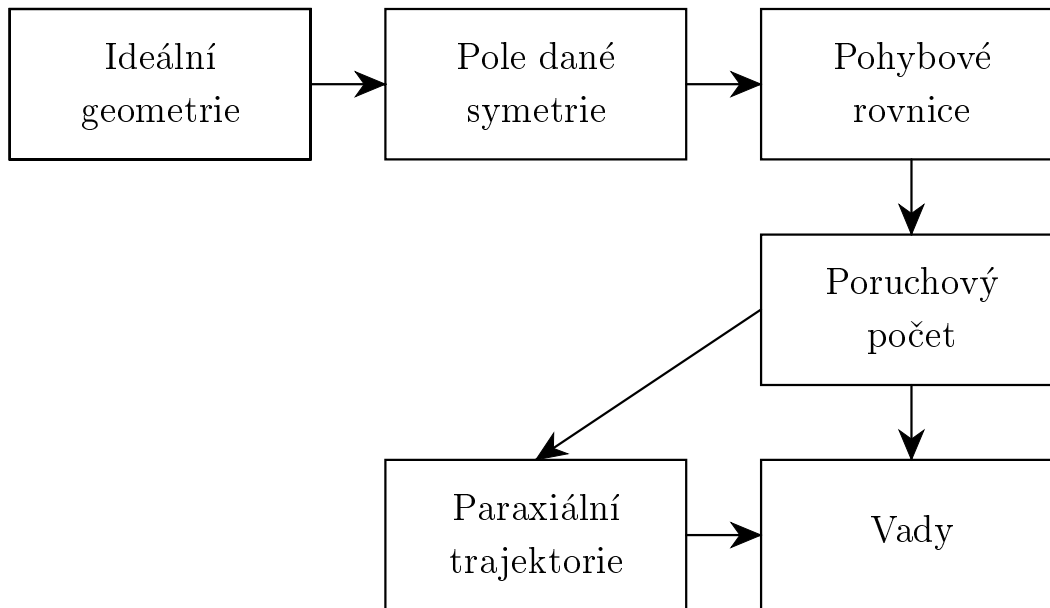


VADY SEŘÍZENÍ V ELEKTRONOVĚ OPTICKÝCH SYSTÉMECH

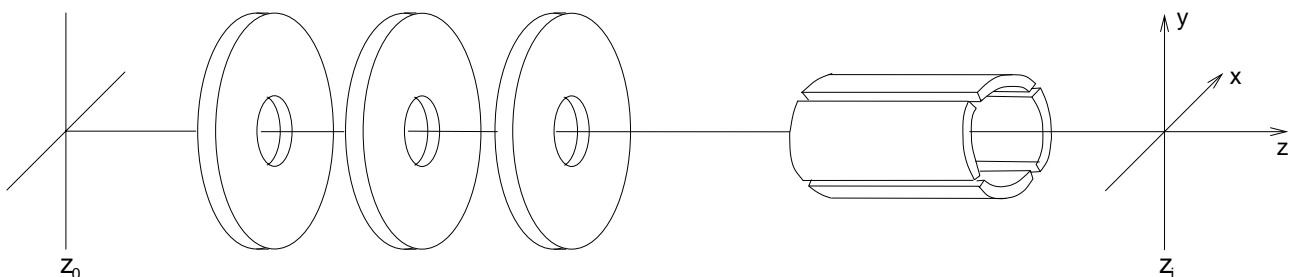
David Dvořák

- Úvod
- Vady obecně a jejich způsob řešení
 - numericky
 - „analyticky“
- Vady seřízení
- Poruchová teorie
- Příklad výpočtu parazitního pole
- Závěr

Pro výpočet kvality zobrazení existují dva hlavní způsoby řešení. První spočívá v tom, že budeme celý problém řešit striktně numericky, od pole až po pohybové rovnice. Napřed pomocí metody sítí či metody konečných prvků vypočteme rozložení pole, poté provedeme interpolaci mezi body mříže a numericky vyřešíme pohybové rovnice. Z trajektorií zobrazení v gaussově či jiné rovině určíme základní charakteristiky, jako je například zvětšení či ohnisková délka. Trasováním jsme potom schopni vypočítat i koeficienty vad. Tato metoda se samozřejmě také používá, ale háček je v tom, že o chování koeficientů nejsme schopni nic říct. Známe sice jejich číselnou hodnotu, ale na jejím základě nemůžeme činit žádné závěry o tom, za jakých podmínek bude vada minimální či vymizí úplně. Neznáme totiž strukturu koeficientů vad a jejich závislost na vstupních parametrech, v tomto případě elektrickém či magnetickém poli (jejich potenciálech). Proto se používá metoda druhá, analytická, ačkoliv ani tohle označení není úplně správné, neboť sice činíme předpoklad o tvaru potenciálů obou polí v závislosti na tom, že je celý problém osově symetrický, ale v rozvoji předpokládáme znalost osového potenciálu, který vypočteme numericky. Ovšem na rozdíl od předchozí metody jsme schopni s tímto symbolem pracovat „až do konce“ a tak můžeme dostat analytické vyjádření koeficientů vad. Výrazy pro koeficienty sice nejsou jednoduché, spíše naopak, ale i tak jejich struktura o mnohém vypovídá. Pro zkrácení zápisu mohou být vyjádřeny pomocí integrálních funkcí se skrytými parametry, což je výhodné i z programátorského hlediska.



Ze schematu je vidět, že se všechno odvíjí od geometrie dané elektronové čočky. V případě, že je „dokonalá“ (tím mám na mysli dokonalost z geometrického hlediska, například dokonale rotačně souměrná), můžeme předpokládat, že vzniklé elektrické či magnetické pole má určitou symetrii. Tím pádem dokážeme toto pole v rámci možností spočítat „přesně“.



„Dokonalá“ geometrie a správně ustavené prvky

Jakmile máme toto pole (mluvím teď o analytickém řešení), můžeme je dosadit do pohybových rovnic nebo rovnic trajektorie. Tvar pohybových rovnic je příliš složitý na to, aby se dal řešit analyticky a tak musí přijít na řadu jisté „zjednodušení“. To se provede rozvojem potenciálů do mocninné řady. V první fázi se předpokládá, že svazky nabitých částic se pohybují jen po takových trajektoriích, které jsou jen málo vzdáleny od optické osy, popřípadě s ní svírají malý úhel (maximálně méně než jeden stupeň). Těmto trajektoriím se říká paraxiální. V tomto případě se jedná o členy, které jsou v pohybových rovnicích lineární. Znalosti paraxiálních trajektorií se potom využije při řešení geometrických vad prvního a vyšších řádů, za které jsou v pohybových rovnicích odpovědné nelineární členy. Při řešení vad lze díky souvislosti mezi jejich integrálními tvary (který mají vždy, protože jsou řešeny pomocí metody variace konstant) nalézt obecné funkce se „skrytými“ parametry, které se potom použijí při samotném numerickém řešení daného problému, což je samozřejmě jejich největší výhoda. Jejich tvar je ale složitý a tak je zde nebudu uvádět.

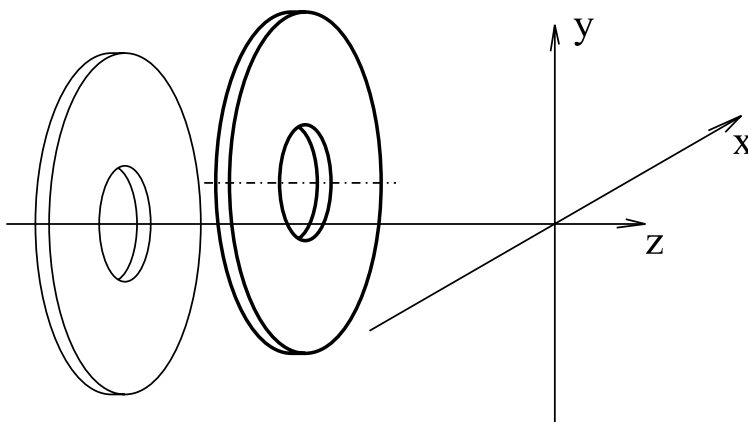
Takže stručně shrnuto: chceme-li spočítat geometrické vady, postupujeme v pořadí:

- Dokonalá geometrie
- Pole dané symetrie

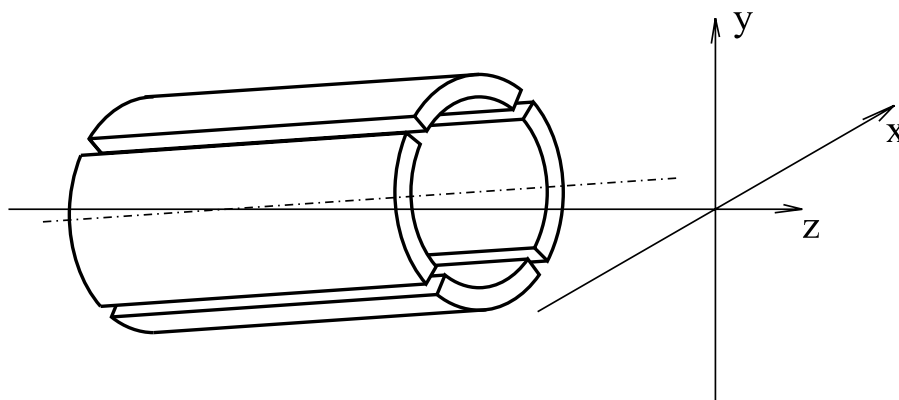
- Pohybové rovnice
- Poruchový počet
- Rovnice a řešení paraxiálních svazků
- Vady zobrazení

Po tomto stručném úvodu bych se pustil do popisu řešení vad seřízení. V první fázi si však napřed musíme říct, co se tím vlastně myslí. Co jsou to tedy vady seřízení?

Vady seřízení nebo také parazitické aberace jsou způsobené malými nedokonalostmi v geometrii čoček. Jedná se buď o špatnou geometrii jednotlivých elementů čoček (tj. elektrod a pólových nástavců) jako například nekruhovitý otvor, osa otvoru není kolmá na čelní plochu, a nebo špatná vzájemná geometrie elementů čočky, jako je například nesouosost či mimoběžnost otvorů.



Vyosení (nesouosost otvorů)



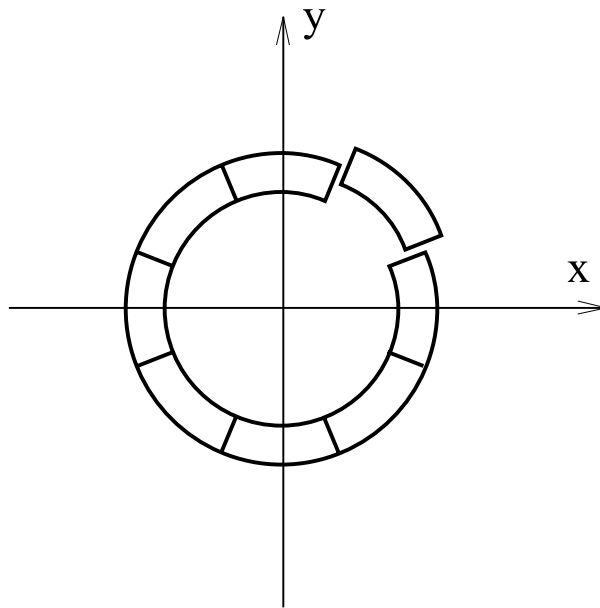
Naklonění (mimoběžnost otvorů)

Všechny tyto situace způsobí narušení ideální symetrie a dovolí vznik dodatečných polí jejichž důsledky jsou právě vady seřízení.

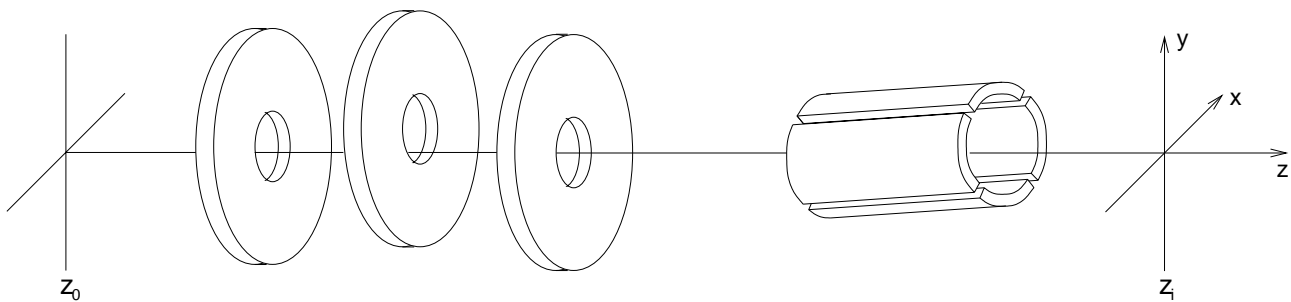
V první řadě se na těchto vadách podílí hlavně nepřesnosti výroby, kdy povrchy čoček nejsou dokonale rovinné a otvory nejsou dokonale kruhové. Jestliže je vyrobena rotačně souměrná čočka, která vykazuje mírnou elipticitu, už dochází k tomu, že vzniká slabé kvadrupólové pole, které samozřejmě narušuje pole rotačně souměrné. Pokud zvolíme tento přístup pohledu na věc, výsledkem bude to, že

můžeme po výpočtech stanovit jistou výrobní toleranci, při jejímž dodržení čočku ještě bude možné použít bez užití korekčních prvků.

Druhou možností je pak samotné špatné seřízení, kdy se nepodaří přesně ustavit jednotlivé elementy čočky nebo celé čočky vůči sobě.



Špatné seřízení jednoho elementu víceelektrodeového systému



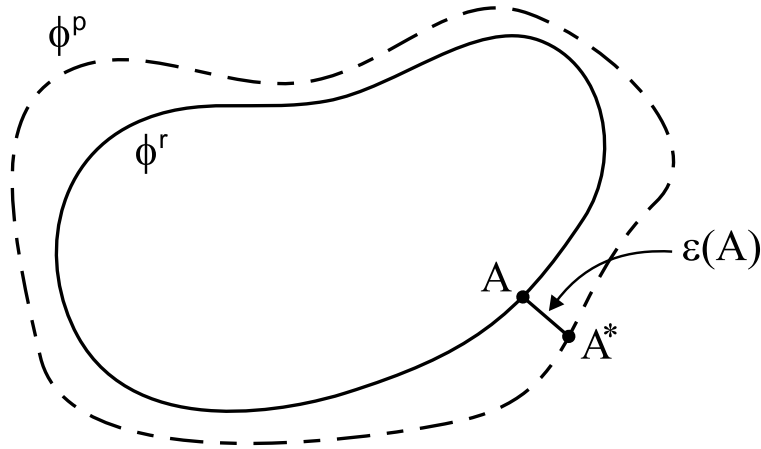
Špatné seřízení jednotlivých čoček

Spadají sem všechny vady vznikající při posunutí čoček mimo optickou osu, jejich náklon vůči ose či v případě několikaelektrodeových čoček i špatné nastavení jen jediné z nich. V případě, že nastane tento typ vad seřízení, což je prakticky vždy, je možné jejich analýzou dospět do stavu, kdy jsme schopni pro systém navrhnout účinné korekční prvky.

Takže tolik ke stručnému úvodu do vad seřízení. Nyní bych chtěl popsat postup výpočtu v tomto případě, aby bylo vidět, že hlavní body zůstávají totožné, jako v případě geometrických poruch.

PORUCHOVÁ TEORIE

Známe neporušený potenciál $\phi^r(\mathbf{r}_A)$ a chceme nalézt skutečný (porušený) potenciál $\phi^p(\mathbf{r}_A)$, vzniklý díky nějaké vadě seřízení. Mějme ekvipotenciální plochu, na níž má potenciál $\phi^r(\mathbf{r}_A)$ hodnotu V .



Dojde-li k poruše, tato ekvipotenciální plocha změní tvar, ale její hodnota zůstane totožná (viz. obr.). Pro malé poruchy se předpokládá, že dané posunutí nastává ve směru normály k původní ekvipotenciální ploše. Mějme nějaký bod A a k němu jeho posunutý protějšek A^* . Pak můžeme bez újmy na obecnosti předpokládat deformaci podél normály

$$\mathbf{r}_A^* = \mathbf{r}_A + \varepsilon(\mathbf{r}_A)\mathbf{n}(\mathbf{r}_A) ,$$

kde $\varepsilon(\mathbf{r}_A)$ je hodnota posunutí, kterou známe a $\mathbf{n}(\mathbf{r}_A)$ je vektor jednotkové normály v bodě \mathbf{r}_A . V dalším budeme psát jen \mathbf{n} . Nyní rozvineme ϕ^p a ε do Taylorovy řady:

$$\begin{aligned} \phi^p(\mathbf{r}_A) &= \phi^r(\mathbf{r}_A) + \lambda\phi^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\phi^{II}(\mathbf{r}_A) + \dots \\ \varepsilon(\mathbf{r}_A) &= \varepsilon^0(\mathbf{r}_A) + \lambda\varepsilon^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\varepsilon^{II}(\mathbf{r}_A) + \dots , \end{aligned} \quad (1)$$

kde $\varepsilon^0(\mathbf{r}_A) = 0$ neboť v nultém přiblížení se jedná o původní neporušený bod. $\varepsilon^I, \varepsilon^{II}$ jsou koeficienty Taylorova rozvoje rovnice povrchu elektrody. ϕ^I, ϕ^{II} označují první a druhou opravu k původnímu neporušenému poli. λ označuje (jak uvidíme později) narušení geometrie (například excentricita). Napíšeme-li si Laplaceovu rovnici

$$\Delta\phi^p = \Delta\phi^r + \lambda\Delta\phi^I + \frac{1}{2}\lambda^2\Delta\phi^{II} + \dots = 0 .$$

Jelikož je původní Laplaceova rovnice splněna ($\Delta\phi^r = 0$) musí být ($\lambda \neq 0$) splněny tyto podmínky:

$$\Delta\phi^I = 0 \quad \Delta\phi^{II} = 0 ,$$

které lze spočítat, ovšem zatím nám chybí okrajové podmínky. Ty zjistíme z rozvoje $\phi^p(\mathbf{r}_A^*)$.

$$\phi^p(\mathbf{r}_A^*) = \phi^p(\mathbf{r}_A + \varepsilon(\mathbf{r}_A)\mathbf{n}) = \phi^p(\mathbf{r}_A) + \phi_{,i}^p(\mathbf{r}_A)\varepsilon(\mathbf{r}_A)n^i + \frac{1}{2}\phi_{,ij}^p(\mathbf{r}_A)\varepsilon^2(\mathbf{r}_A)n^in^j + \dots .$$

Zde a v dalším textu označuje čárka v dolním indexu derivaci. S přihlédnutím k platnosti (vztah označuje směrové první a druhé derivace podle normály)

$$\begin{aligned}\phi_{\mathbf{n}}^p &= n^i \phi_{,i}^p \\ \phi_{\mathbf{nn}}^p &= n^j n^i \phi_{,ij}^p\end{aligned}$$

dostáváme

$$\phi^p(\mathbf{r}_A^*) = \phi^p(\mathbf{r}_A) + \phi_{\mathbf{n}}^p(\mathbf{r}_A)\varepsilon(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\phi_{\mathbf{nn}}^p\varepsilon^2(\mathbf{r}_A) + \dots =$$

Do tohoto vztahu dosadíme za porušený potenciál ϕ^p a hodnotu posunutí ε jejich rozvoje (1):

$$\begin{aligned}\phi^p(\mathbf{r}_A^*) &= \phi^r(\mathbf{r}_A) + \lambda\phi^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\phi^{II}(\mathbf{r}_A) + \\ &+ \left(\lambda\varepsilon^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\varepsilon^{II}(\mathbf{r}_A) \right) \left(\phi(\mathbf{r}_A) + \lambda\phi^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\phi^{II}(\mathbf{r}_A) \right)_{\mathbf{n}} + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\lambda\varepsilon^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\varepsilon^{II}(\mathbf{r}_A) \right)^2 \left(\phi(\mathbf{r}_A) + \lambda\phi^I(\mathbf{r}_A) + \frac{1}{2}\lambda^2\phi^{II}(\mathbf{r}_A) \right)_{\mathbf{nn}} + \dots\end{aligned}$$

Protože se však musí rovnat potenciály na porušené i původní neporušené ploše $\phi^p(\mathbf{r}_A^*) \equiv \phi^r(\mathbf{r}_A)$ (na elektrodu přivádíme stejné napětí), plyne z toho následující závěr:

$$\begin{aligned}0 &= \lambda \left(\phi^I(\mathbf{r}_A) + \varepsilon^I(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_A) \right) \\ &+ \frac{1}{2}\lambda^2 \left(\phi^{II}(\mathbf{r}_A) + \varepsilon^{II}(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_A) + 2\varepsilon^I(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}^I(\mathbf{r}_A) + [\varepsilon^I(\mathbf{r}_A)]^2 \phi_{\mathbf{nn}}(\mathbf{r}_A) \right) + \dots\end{aligned}$$

Odtud plyne, že

$$\begin{aligned}\phi^I(\mathbf{r}_A) &= -\varepsilon^I(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_A) , \\ \phi^{II}(\mathbf{r}_A) &= -\varepsilon^{II}(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_A) - 2\varepsilon^I(\mathbf{r}_A)\phi_{\mathbf{n}}^I(\mathbf{r}_A) - [\varepsilon^I(\mathbf{r}_A)]^2 \phi_{\mathbf{nn}}(\mathbf{r}_A)\end{aligned}\tag{2}$$

Tyto vztahy jsou okrajovými podmínkami pro diferenciální rovnice určující rozložení potenciálu. Laplaceova rovnice ve válcových souřadnicích:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \phi = 0 .\tag{3}$$

Rozvineme-li ϕ do Fourierovy řady, dostáváme:

$$\phi = \sum_{k=0}^{\infty} (\phi_k e^{ik\theta} + \bar{\phi}_k e^{-ik\theta}) ,$$

kde $\phi_k(z, r)$ jsou komplexní funkce proměnných z, r ; ϕ_0 je reálné. Dosadíme-li tento rozvoj do (3) dostaneme separovanou rovnici

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{k^2}{r^2} \right) \phi_k = 0 ,$$

jejíž řešení má tvar

$$\phi_k(r, z) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2^{k+2l}(k+l)!!!} r^{k+2l} \varphi_{k,2l}(z) . \quad (4)$$

Ze vztahu (4) lze odvodit, že okrajová podmínka platící pro osový potenciál je:

$$\left. \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{a} \quad \left. \phi_k \right|_{r=0} = 0 \quad (\text{pro } k \geq 1)$$

Předpokládejme, že ε^I , ε^{II} , ϕ^I a ϕ^{II} expandujeme do Fourierovy řady:

$$\begin{aligned} \varepsilon^I &= - \sum_{k=0}^{\infty} \{ F_k^I(r, z) e^{ik\theta} + \bar{F}_k^I(r, z) e^{-ik\theta} \} \\ \varepsilon^{II} &= - \sum_{k=0}^{\infty} \{ F_k^{II}(r, z) e^{ik\theta} + \bar{F}_k^{II}(r, z) e^{-ik\theta} \} \\ \phi^I &= \sum_{k=0}^{\infty} \{ \phi_k^I(r, z) e^{ik\theta} + \bar{\phi}_k^I(r, z) e^{-ik\theta} \} \\ \phi^{II} &= \sum_{k=0}^{\infty} \{ \phi_k^{II}(r, z) e^{ik\theta} + \bar{\phi}_k^{II}(r, z) e^{-ik\theta} \} . \end{aligned} \quad (5)$$

kde F^I a F^{II} označují funkce, které popisují špatné seřazení. Dosazením do prvního vztahu (2) a úpravou, dostaneme:

$$\phi_k^I(\mathbf{r}_A) = F_k^I(\mathbf{r}_A) \phi_n(\mathbf{r}_A) , \quad (6)$$

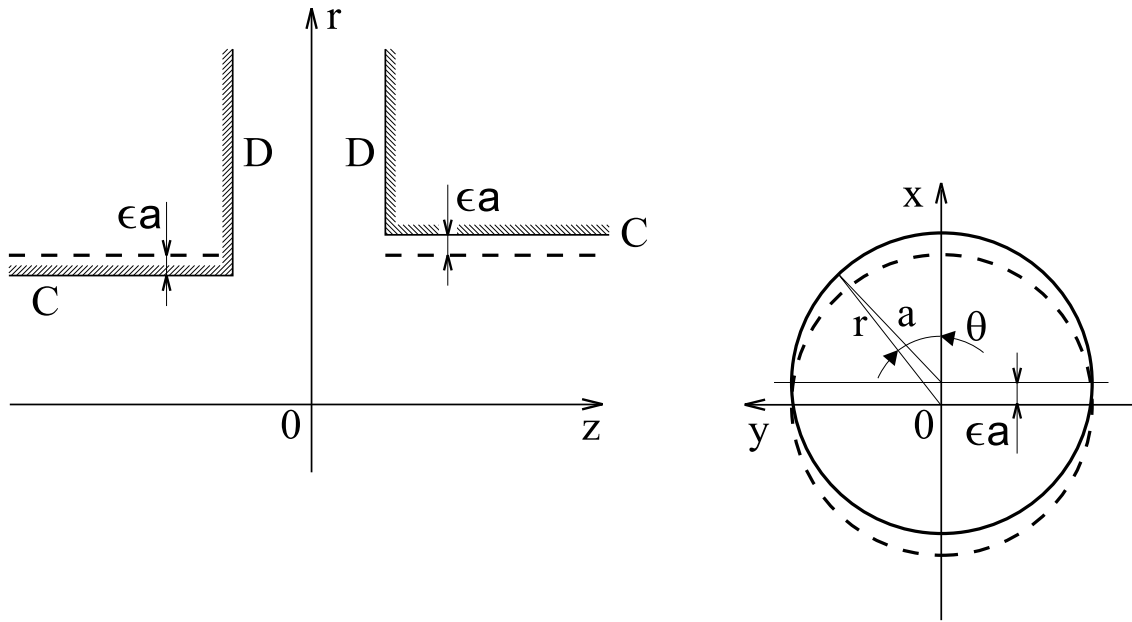
což je okrajová podmínka pro diferenciální rovnici, získanou dosazením téhož do Laplaceovy rovnice $\Delta \phi^I = 0$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{k^2}{r^2} \right) \phi_k^I = 0 \quad (7)$$

Vynásobíme-li (7) r a provedeme-li limitní přechod $r \rightarrow 0$ obdržíme hraniční podmínku pro ϕ_0^I na ose:

$$\left. \frac{\partial \phi_0^I}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 .$$

PŘÍKLAD: PORUCHY POLE ZPŮSOBENÉ VYOSENÍM



Z obrázku je zřejmé, že v rovině r - θ platí tato rovnice:

$$a^2 = r^2 + \epsilon^2 a^2 - 2r\epsilon a \cos \theta, \quad (8)$$

kde ϵ označuje malou excentricitu, která odpovídá parametru λ v rovnicích (1). Nyní r , které ve skutečnosti odpovídá ε z (1) napíšeme ve tvaru:

$$r = \epsilon r^I + \frac{1}{2} \epsilon^2 r^{II} + O(\epsilon^3), \quad (9)$$

kde $r^I = r^I(\theta)$. Rozřešíme rovnici (8) vzhledem k r až nakonec dostaneme:

$$r = a + \epsilon a \cos \theta - \frac{1}{2} a \epsilon^2 \sin^2 \theta + O(\epsilon^3) \quad (10)$$

Porovnáním rovnice (10) s rovnicí (9) dostáváme pro poruchové členy následující:

$$\begin{aligned} r^I &= a \cos \theta \\ r^{II} &= -a \sin^2 \theta = -a \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) = -\frac{1}{2} a + \frac{a}{2} \cos 2\theta \end{aligned}$$

Jednotlivé Fourierovy koeficienty rozvoje, pro které platí vztahy (jsou to Fourierovy koeficienty rozvoje (5))

$$\begin{aligned} F_0^I &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} r^I d\theta \\ F_k^I &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^I e^{ik\theta} d\theta \quad (k \geq 1) \end{aligned}$$

mají v tomto případě tvar:

$$\begin{aligned} R_0^I &= 0, & R_0^{II} &= -\frac{1}{4}a, \\ R_1^I &= (-1)^j \frac{1}{2}a, & R_1^{II} &= 0 \\ R_2^I &= 0, & R_2^{II} &= \frac{1}{4}a, \\ R_k^I &= 0, & R_k^{II} &= 0 \quad (k \geq 3) \end{aligned}$$

Z rovnice (6) dostáváme:

$$\phi_1^I = -(-1)^j a \frac{\partial \phi_0}{\partial r}$$

Dosadíme-li do této okrajové podmínky rozvoje pro ϕ_1^I a ϕ_0 :

$$\phi_1^I = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2^{2l+1}(l+1)l!} r^{2l+1} \varphi_{1,2l}(z) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial r} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2^{2l}l!} r^{2l-1} 2l \varphi_{0,2l}(z) \quad (12)$$

dostaneme:

$$\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2^{2l+1}(l+1)l!} a^{2l+1} \varphi_{1,2l}(z) = -a \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{2^{2l}l!} a^{2l-1} 2l \varphi_{0,2l}(z)$$

Porovnáním prvních členů:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}a\varphi_1(z) &= \frac{1}{4}a^2 \cdot 2 \cdot \varphi_{0,2}(z) \\ \Rightarrow \varphi_1(z) &= a \frac{\partial^2 \varphi_0(z)}{\partial z^2}, \end{aligned}$$

což se zpětně dosadí do rozvoje (11), čímž dostaneme konečné řešení. Tento porušený potenciál potom dosadíme do Lagrangeovy funkce, odvodíme paraxiální rovnice a rovnice vad. Jejich analýzou potom určíme jak koeficienty vad geometrických, tak i vad seřizení a můžeme je zapsat pomocí obecných integrálních funkcí se skrytými parametry.

Závěr

Viděli jsme, že samotné nalezení vad seřizení sestává z několika dílčích kroků, které jsou nutné k celkovému řešení. Velice důležitým kamínkem na cestě je poruchová teorie, kterou jsem se snažil popsat podrobněji. Také z toho důvodu, že jsem se jí v poslední době intenzivněji zabýval.

Literatura

- [1] ARCHARD G.D. Magnetic electron lens aberrations due to mechanical defects *Journal of Scientific Instruments*, 1953. Vol. 30.
- [2] HAWKES P.W. AND KASPER E. Principles of electron optics. *Academic Press, London 1989. Vol. I.*
- [3] JANSE J. Numerical Treatment of Electron Lenses with Perturbed Axial Symmetry *Optik* **33** (1970) 270.
- [4] LENC M. Optika nabitých částic. *PFMU, Brno 1993.*
- [5] LIU H. AND ZHU X. Numerical computation of the error effect in electron beam focusing and deflection systems. *Optic* **84** (1990) 123.
- [6] STURROCK P.A. The aberrations of magnetic electron lenses due to asymmetries. *Philos. Trans. R. Soc, London Ser. A* **243** (1951) 387.